

Wavelet tekniikka maatutka- aineiston prosessoinnissa ja analyysissa

Kari Peisa

Lapin amk, Teollisuuden ja luonnonvarojen osaamisala, Rovaniemi 30.9.2014
Superior Sensing -hanke

1. Johdanto

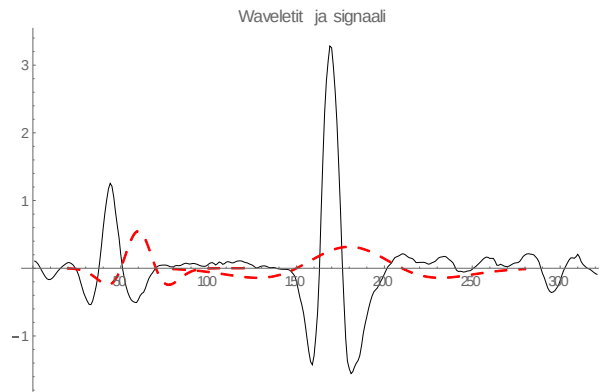
Tämä dokumentti on Superior Sensing hankkeessa tehty raportti tutkimustehtävästä, jossa selvitettiin mahdollisuuksia hyödyntää wavelet tekniikkaa uusien rakennetta rikkomattomien mittausten menetelmien yhteydessä. Dokumentissa kuvataan wavelet tekniikkaa soveltamisen kannalta, matemaattista perustaa ei tarkastella yksityiskohtaisemmin. Sovelluskohteina käytetään Rovaniemen amk:n kahdessa eri hankkeessa vuosina 2010-2013 maatuotolla tehtyjä mittauksia. Toinen mittaus liittyi asfalttipäällysteen laadun tarkkailuun, jossa wavelet tekniikkaa käytetään päällysteen homogeenisuuden analysointiin. Toisessa mittauksessa maatuotolla käytettiin lumi- ja jääkerroksien rakenteiden ja jään paksuuden selvittämiseen luonnon olosuhteissa. Tässä wavelet tekniikalla pyritään parantamaan pulssien erottelukykä pulssitutkan signaalin prosessoinnissa sekä luomaan edellytyksiä automaattiselle jään paksuuden laskenta-algoritmin kehittämiseksi.

Wavelet tekniikalla mikä tahansa aikaan (tai myös paikkaan) perustuva vaihtelu muunnetaan indeksoiduiksi lukuarvoiksi, jotka pitävät sisällään informaatiota kunkin ajankohdan vaihtelun voimakkuudesta ja jaksonpituudesta (taajuudesta). Tekniikkaan kuuluu mahdollisuus palauttaa muunnettu informaatio käänteismuunnoksella takaisin alkuperäiseksi dataksi. Ennen käänteistä muunnosta muunnettuun informaatioon voidaan tehdä haluttuja muutoksia, joilla esimerkiksi pyritään poistamaan epähaluttua häiriötä luokiteltavaa vaihtelua tai parantamaan erottelukykä havaintojen tekemiseksi.

Tutka-aineiston käsittely, wavelet muunnokset ja muut prosessoinnit sekä tulosten visualisoinnit on yhtä poikkeusta lukuun ottamatta kaikki tehty *Mathematica* 10.01 ohjelmalla.

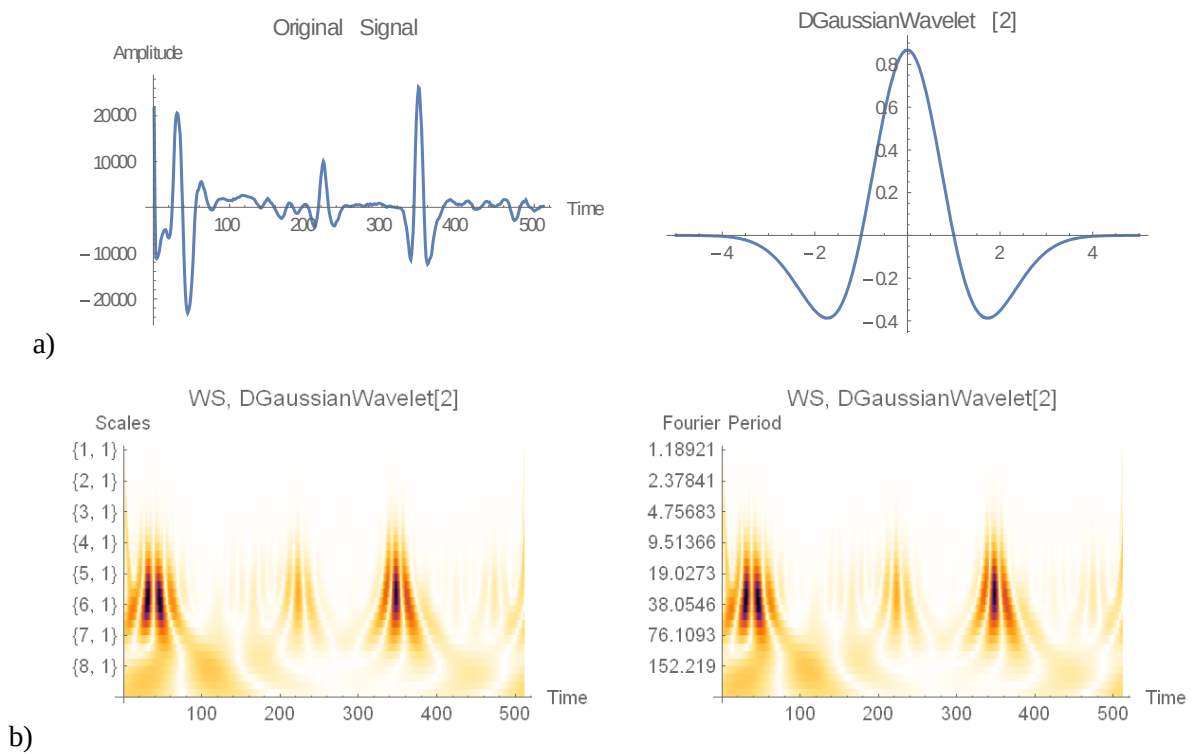
2. Wavelet tekniikasta

Wavelet tekniikkaa käytetään laajasti rakenteita rikkomattomien mittausten ja tutkimusmenetelmien analysoinnissa. Yksityiskohtaisen ja kattavan kuvan saa itse tekniikasta ja sen sovellusalueista Addisonin kirjasta [1]. Wavelet tekniikan perusta on matemaattinen operaatio, jossa signaalin (eri taajuisia vaihteluja sisältävä aikasarja) aika- ja taajuusinformaatio muunnetaan joukoksi indeksoituja kertoimia. Indeksit ja niihin liittyvät kertoimet ilmaisevat kuhunkin ajankohtaan liittyvien eritaajuisien vaihtelujen voimakkuutta. Matemaattisesti muunnos toteutetaan konvoluutiolla, joka tuottaa numeerisen arvon alkuperäisen signaalin ja maskina toimivien aaltomaisten wavelet funktioiden muotojen väliselle vastaavuudelle. Wavelet funktioiden täytyy noudattaa erityisiä vaatimuksia, jotta wavelet kertoimet ovat kaikki vertailukelpoisia. Konvoluutiossa wavelet funktioita siirretään määrätyn askelin signaalin alusta loppuun ja lisäksi wavelet funktion muotoa muutetaan siten, että vastaavuudet eri taajuuksiin kullakin ajankohdalla saadaan esille (kts. Kuva 1).



Kuva 1. Alkuperäinen signaali ja Wavelet funktiot (katkoviiva). Amplitudit on muutettu havainnollisuuden vuoksi.

Alkuperäinen signaali voidaan palauttaa käänteisellä wavelet muunnoksella. Tekniikkaan kuuluu, että wavelet kertoimia manipuloidaan erityisillä tavoilla ennen käänteistä muunnosta, jolloin alkuperäisestä signaalista voidaan poistaa epähaluttua vaihtelua esimerkiksi taustakohinaa tai voidaan vahvistaa haluttuja ominaisuuksia paremman erottelukyvyn saamiseksi.



Kuva 2. a) Alkuperäinen signaali ja wavelet funktio (Gaussin funktion 2. derivaatta)
b) Wavelet skaalogrammi. Vasemmalla pystyakselin indeksit kuvaavat Wavelet funktioiden jaksonpituuksia alaspäin kasvaen, oikealla vastaavat Fourier jaksonajat

Wavelet muunnoksesta muodostetaan skaalogrammi (Wavelet Scalogram), joka kuvaa alkuperäisen 1-ulotteisen ajasta riippuvan vaihtelun voimakkuudet aika-taajuus-tasossa (Kuva 2.). Wavelet kertoimet eli vastaavuuksien voimakkuudet kuvataan skaalogrammissa yleensä eri väreillä ja mahdollisesti Contour-korkeuskäyrillä (Kuva 7.). Skaalogrammista saadaan spektritiheysdiagrammi (Wavelet Power Spectrum), jossa konvoluution tuottamien kertoimien (positiivisten ja negatiivisten) arvot on neliöity.

Kuvan 2. skaalogrammissa pystyakselilla esiintyvät indeksit kuvaavat käytetyn wavelet funktion leveyden muuttumista alaspäin kasvaen. Leveyttä kutsutaan skaalaksi (wavelet scale). Wavelet funktiosta riippuen skaala ei useinkaan ole alkuperäisessä signaalissa esiintyvän vaihtelun jaksonaika (taajuuden käänteisarvo), joka saadaan Fourier muunnoksesta. Kaikille wavelet funktioille voidaan laskea vastaavuus Fourier jaksonajan ja skaalan välille.

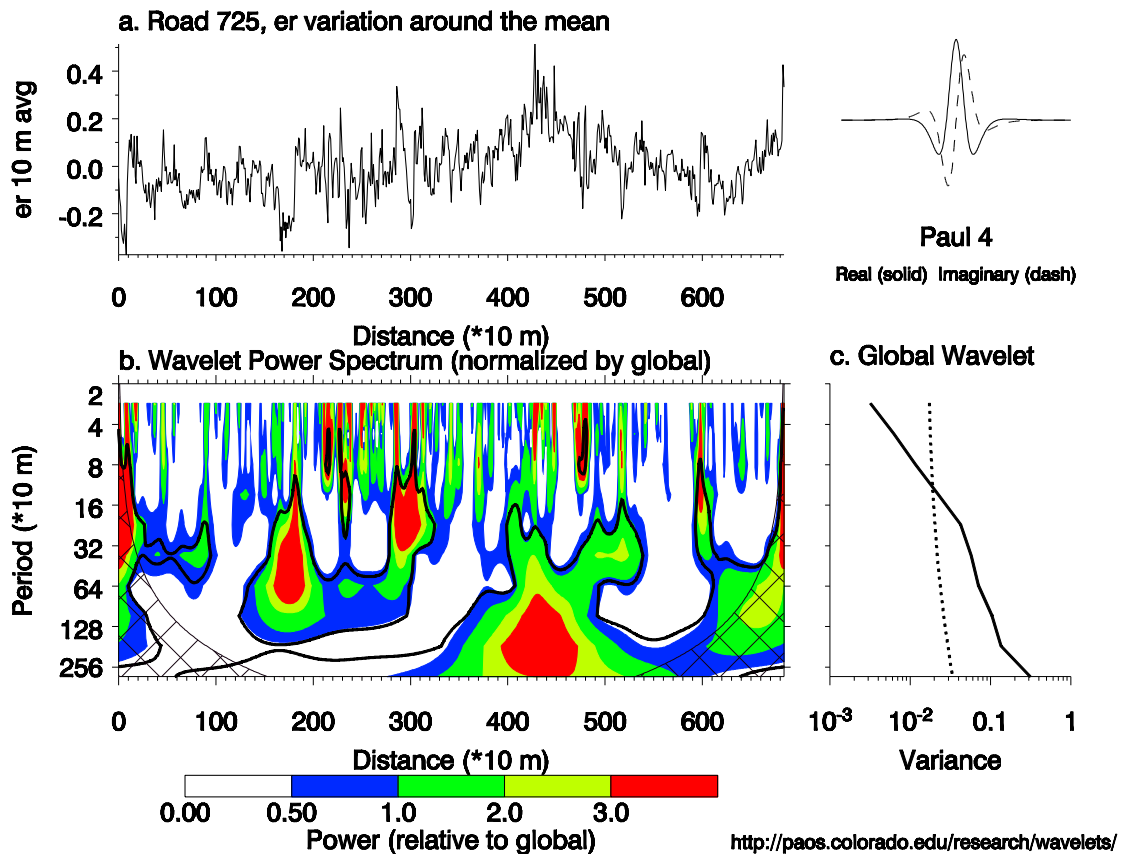
Skaalogrammi ja spektritiheyden diagrammi kuvaavat yleensä laadullisesti vaihtelua riittävän hyvin riippumatta muunnoksen tai wavelet funktion valinnasta. Kuitenkin niillä on erityispiirteitä. Wavelet muunnoksen konvoluutio voidaan toteuttaa periaatteellisesti kahdella eri muunnoksella jatkuvalla (Continuous Wavelet Transform) ja diskreetillä (Discrete Wavelet Transform). Jatkuvan muunnoksen wavelet funktiot eivät yleensä ole ortogonaalisia eli ne limittyvät toistensa kanssa, jolloin muunnoksessa wavelet kertoimet sisältävät osittain samaa informaatiota toistensa kanssa. Diskreetissä muunnoksessa wavelet funktiot muodostavat aina ortogonaalisen kannan. Kukin wavelet kerroin sisältää siten yksikäsitteisen informaation tietystä osasta alkuperäistä signaalia. Tällöin käänteisessä muunnoksessa alkuperäinen signaali voidaan konstruoida takaisin täydellisesti. Lisäksi ortogonaalinen wavelet muunnos on kompaktein esitys alkuperäisestä signaalista. Käytännössä merkittävin periaatteellinen ero jatkuvan ja diskreetin muunnoksen välillä syntyy, kun muunnos tehdään äärellisestä määrästä diskreettejä arvoja koostuvalle signaalille. Jatkuvalla wavelet muunnoksella käänteisen muunnoksen vaatimat matemaattiset integroinnit joudutaan toteuttamaan diskreetille arvojoukolle, jolloin alkuperäisestä signaalista saadaan aina palautettua vain approksimaatio vaikkakin haluttaessa hyvin tarkka. Jatkuvaa epäortogonaalista wavelet muunnosta käytetään yleensä, jos aikasarjasta voidaan olettaa sen tuottavan pehmeästi muuttuvia wavelet kertoimia. Wavelet funktioiden valinnan merkityksiä käsitellään myöhemmin.

3. Esimerkkejä wavelet tekniikan käytöstä maatutka-aineiston tulkinnessa

Seuraavissa kappaleissa tarkastellaan wavelet tekniikan hyödyntämistä maatutkan mittausaineiston prosessoinnissa ja tulkinnessa. Käytetty mittausaineisto on syntynyt Rovaniemen amk:ssa vuonna 2013 toteutetussa hankkeessa Arktinen Strategia, jossa tutkittiin lumen ja jään uusia rakennetta rikkomattomia mittausmenetelmiä [2]. Esimerkin vuoksi tarkastellaan aluksi myös Ramkin hankkeessa Mara Nord toteutettua wavelet analyysia asfalttipäällysteen laaduntarkkailun yhteydessä [4] ja [5].

3.1 Päällysteen laadun tulkinta wavelet analyysillä Mara Nord projektissa

Uuden päällysteen laaduntarkkailussa maatutkan mittaustuloksista voidaan tuottaa päällysteen suhteellisen permittiivisyyden eli dielektrisyysvakion (päällysteen sähköinen ominaisuus) jakauma. Dielektrisyysvakion arvoista voidaan laskea kokeellisen regressiomallin perusteella päällysteen tyhjätilan vaihtelut, jotka suoraan kertovat päällysteen laadusta.



Kuva 3. a) Alkuperäinen tien nro 725 päällysteen dielektrisyysvaihtelu ja käytetty wavelet funktio b) Normeerattu spektritiheysdiagrammi (Wavelet Power Spectrum) c) Varianssit eri wavelet skaaloilla ja valkoisen taustakohinan varianssi (katkoviiva). Kuva muodostettu interaktiivisella wavelet kuvaajalla <http://paos.colorado.edu/research/wavelets/>.

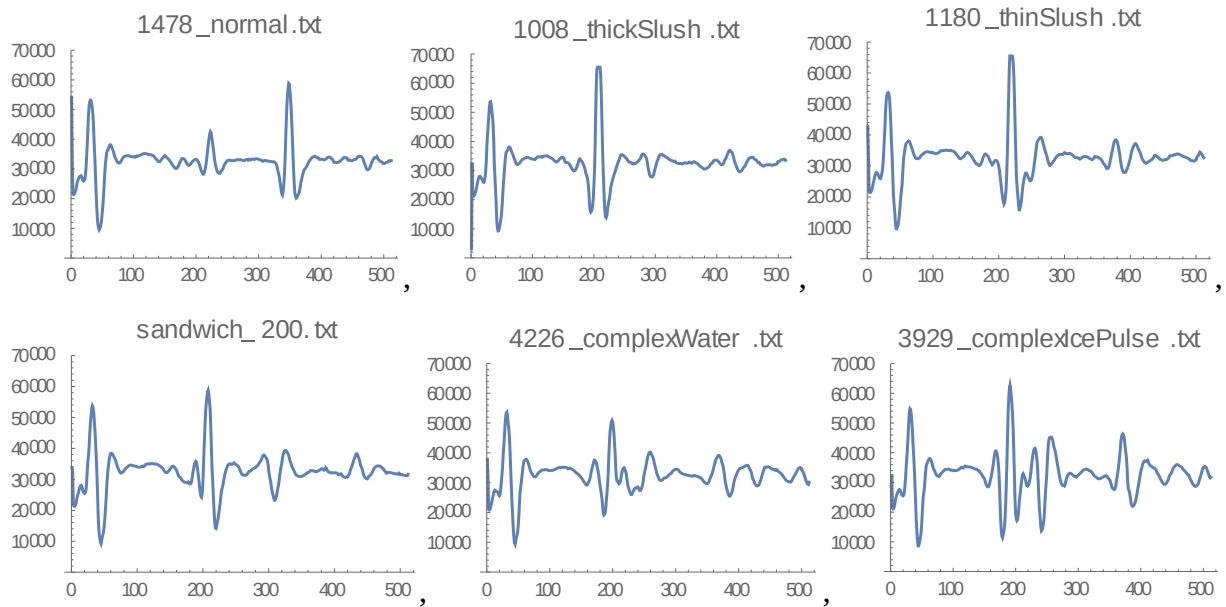
Yleinen pyrkimys on päästä mahdollisimman homogeeniseen päällysteeseen niin massan kuin myös sen tiivistämisen osalta. Wavelet analyysia käytettiin päällysteen homogeenisuuden analysoinnissa. Homogeenisen päällysteen dielektrisyysvaihtelu on pientä. Projektissa esitettiin tilastollisiin menetelmiin ja wavelet tekniikkaan perustuva menetelmä, jolla homogeenisuudelle voidaan muodostaa kvantitatiivisesti vertailtavissa oleva mitta. Tämän analysointitekniikan esittelivät Torrence ja Compo tutkiessaan pitkän aikavälin muutoksia mm. merenpinnan lämpötilassa eteläisen pallonpuoliskon El Niño-ilmiössä. Menetelmän tarkka kuvaus löytyy artikkelista [3].

Kuvassa 3. a) on esitetty tien numero 725 maatutkalla mitattu dielektrisyysvaihtelu sekä kuvassa 3. b) siitä muodostettu spektritiheysdiagrammi, joka antaa homogeenisuusanalyysin tuloksen. Dokumentin muista kuvista poiketen tämä kuva on tehty interaktiivisella wavelet kuvaajalla, johon löytyy linkki Compton ja Torrencen wavelet oppaan sivuilla [6]. Kuvan spektritiheysdiagrammi on normeerattu suhteessa alkuperäisen aikasarjan varianssin avulla konstruoituun valkoiseen taustakohinaan (white noise). Spektritiheysdiagrammi osoittaa eri väreillä vaihtelujen tilastollista merkitsevyyttä. Lisäksi spektritiheyden kertoimille on muodostettu valitun luottamustason mukainen luottamusväli, jonka ulkopuoliset arvot on kuvassa merkitty punaisella. Menetelmän avulla eri päälysteiden homogeenisuutta voidaan verrata kvantitatiivisesti.

3.2 Wavelet tekniikka pulssitutkan signaalin analyysissa

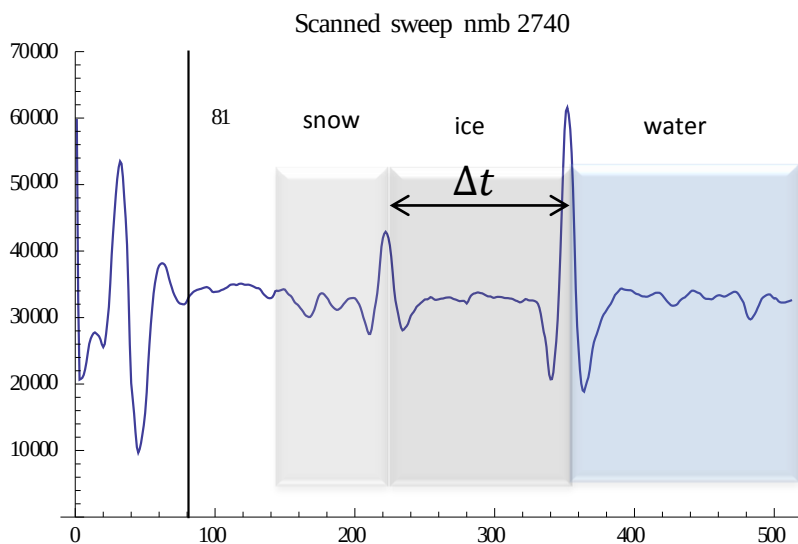
Talvella 2013 Ari Karjalainen ja Kari Peisa toteuttivat maatutkamittauksia luonnon jäillä. Mittaukset toteutettiin Rovaniemen amk:n Arctic Power laboratorion hallinnoimassa projektissa Arktinen Strategia ja niiden tavoitteena oli kehittää uusia jään ja lumen rakennetta rikkomattomia mittausten menetelmiä. Projektissa saatiin hyvin monipuolista maatutkadataa lumipeitteisiltä järvi- ja merijäiltä. Mittaustuloksia analysoidessa päädyttiin tilanteeseen, joka on ollut vallitseva useiden vuosikymmenien ajan. Kuivissa olosuhteissa, jolloin vettä ei ole jään päällä, lumi- ja jääkerrokset muodostavat ihanteellisen alustan maatutkamittaukselle, ja esimerkiksi jään paksuus voidaan määrittää aineistosta alle 1 cm tarkkuudella [2]. Ongelmia syntyy, kun jään päälle on tullut vettä, jolloin jään yläpuolelle syntyy loskakerros. Tutkan lähettämän signaalin energia heijastuu suurimmaksi osaksi ensimmäisestä märeistä lumikerroksesta, jolloin kerroksen läpi tunkeutuvan pulssin heijastukset alemmista kerroksista vaimenevat niin, että niiden havainnointi signaalista on vaikeaa. Lisäksi ohuissa kerroksissa syntyvät kerrannaisheijastukset interferoivat alemmista kerroksista tulevien heijastuksien kanssa rikkoen pulssien muotoja.

Kuvassa 4. On esitetty joitakin pulssitutkan heijastussignaaleja eri tilanteissa. Signaalin alkuosassa on ns. suora pulssi, joka tulee itse laitteen ja ilman rajapinnasta. Sen jälkeen noin indeksien 150-200 välillä esiintyy useimmiten kolme heikkoa heijastuspulssia, jotka tulevat havaituista lumen eri tiivistymiskerroksista. Lumen dielektrisyysvakio 1.5 – 2.0 ei kovinkaan paljon eroa ilmasta (≈ 1.0). Kuivan jään dielektrisyysvakio on 3.0-4.0 ja veden huikea liki 80. Tällöin kuivan lumen ja jään normaalitilanteessa voidaan erottaa selvästi niiden välisten rajapintojen heijastuspulssit (kuva 5.). Tilanteissa, joissa indeksin 200 paikkeilla havaitaan voimakas ensimmäinen pulssi (4. b ja c), merkitsevät märkää loskaa jään päällä.



Kuva 4. Heijastussignaaleja a) Kuiva lumi ja jää, b) Paksu loskakerros jään päällä, c) Ohut loskakerros jään päällä, d) Kuiva lumi ja jää, vesikerros jään välissä, e) ja f) Kompleksiset tulkittavat

Kuvassa 4. d) on kuivan jään pinnan heijastus ja sen jälkeen heti voimakas pulssi, joka porauksessa havaittiin olevan vesikerros jään sisällä. Tämän vesikerroksen alapuolisen jään yläpinnasta tulee heijastuspulssi (indeksi n. 330), jolla on 180 asteen suuruinen vaihe-ero edellisten pulssien kanssa. Vaihe-ero johtuu siitä, että pulssi tulee aalto-opillisesti tiheimmästä aineesta harvempaan, jolloin heijastuksessa ei tapahdu 180° vaihesiirtoa ja näemme pulssin polaroituneena negatiivisesti (alaspäin suuntautuneena). Kuvien 4 e) ja f) tulkitseminen on epävarmaa muun kuin jään alaisen vesipinnan heijastuspulssin osalta.



Kuva 5. Kuivan lumi- ja jääkerroksen heijastussignaalin tulkinta

Lumen ja jään mittausaineistoa analysoitaessa ei käytetty Wavelet tekniikkaa, vaan analyysi perustui signaalien vertaamiseen havaintoihin lumikerroksista sekä porausrei'istä. Jään paksuuden laskeminen perustuu jään ja veden pintojen heijastuspulssien välisen ajan Δt määrittämiseen (Kuva 5.). Tämä on aika, joka kuluu pulssin etenemiselle yläpinnalta alapinnalle ja takaisin. Jään paksuus voidaan laskea kaavasta (1), missä c = valon nopeus tyhjiössä, ε_r = jään dielektrisyysvakio, joka tulee kalibroida porausreiällä.

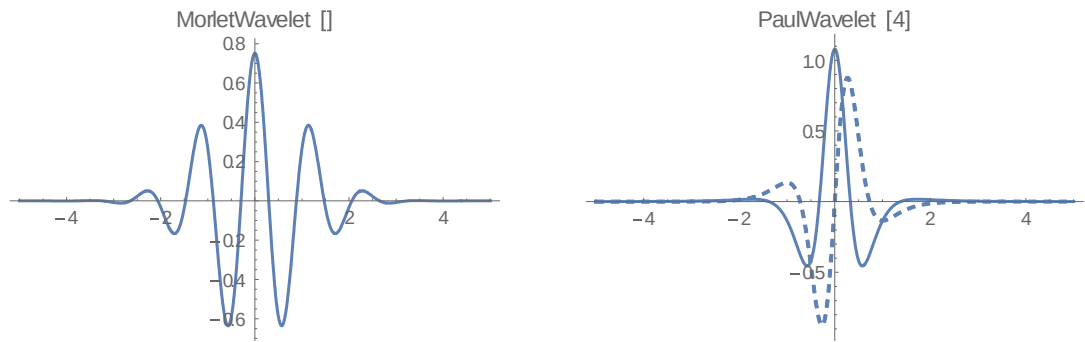
$$h = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_r}} \quad (1)$$

Pulssien paikka signaalissa vaihtelee rajusti johtuen pitkään varteen kiinnitetyn tutkan korkeuden heilumisesta jään suhteen. Pulssien välinen etäisyys pystyttiin laskemaan kuivissa olosuhteissa yksinkertaisella ”seuraa pulssin huippua” -algoritmillä. Tulokset myös verifioitiin koeporauksilla, joiden perusteella virhemarginaali alle 1 cm kuivissa olosuhteissa määritettiin. Loskan esiintyessä etsintäalgoritmi kadotti jään pinnan huipun, jolloin tulokset eivät luonnollisesti vastanneet porausrei'istä saatuja jään paksuuksia.

Automaattisen pulssien etsintäalgoritmin kannalta ongelmana on ensisijaisesti se, että algoritmin tulisi kyetä palautumaan ”mahdottomien” signaalien jälkeen - joita välttämättä tulee - mittaamaan jotakin tunnistettavaa oletettua lumi-jää-vesikerrosrakennetta. Wavelet tekniikka auttaa analysoimaan signaalien rakennetta sekä sillä voidaan parantaa havaittavien pulssien erottelukykyä. Wavelet kertoimia muokkaamalla ja signaalin uudelleen konstruomisella voidaan signaalista erotella pulssit, joiden muoto ja leveys sopivat tutkan lähettämään pulssiin parhaiten. Tämä ei tarkoita sitä, että signaalissa ei olisi enää jään paksuuden mittaamisen kannalta turhia pulsseja, tai että tärkeät jään ja veden heijastuspulssit eivät joissakin tilanteissa häviäisi. Wavelet muunnoksessa voidaan kuitenkin kvantifioida kynnysarvoja, jotka tuottavat ainakin riittävän selkeissä tapauksissa toivotun tuloksen.

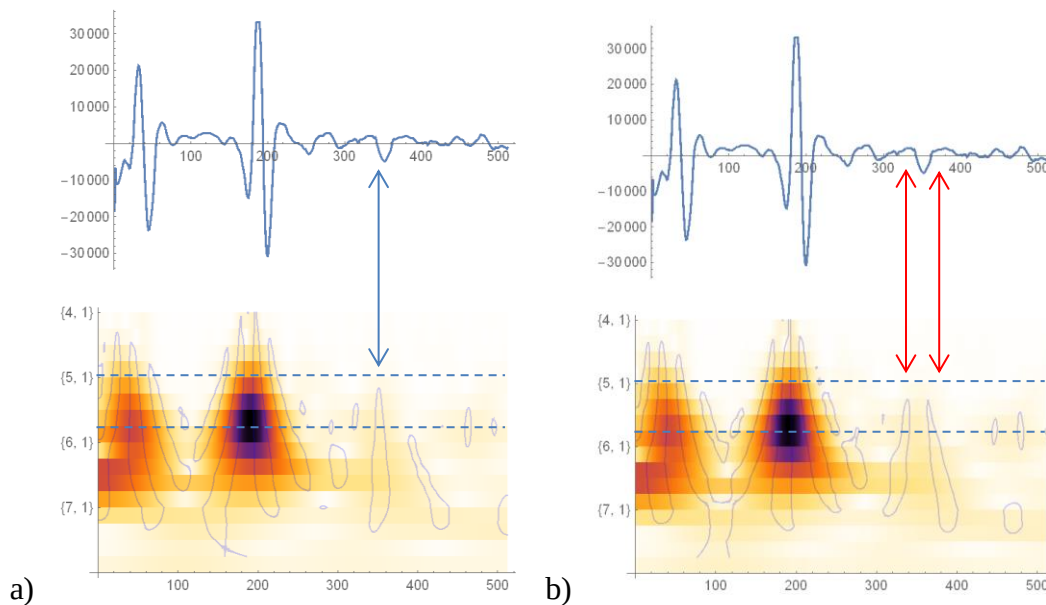
Wavelet funktion valinta

Wavelet funktioilla on erityispiirteitä, joiden vuoksi niillä voidaan saada tai tuottaa erilaista informaatiota signaalista. Kuvassa 2 oleva wavelet funktio on muodostettu Gaussin funktion 2. derivaatasta. Sen tyypillinen piirre on, että se kykenee keräämään informaatiota tarkasti aikatasossa, mutta taajuusresoluutio on huono, mikä näkyy skaalogrammissa korkean energiatason omaavien alueiden taajuustason suuntaisina pitkänomaisina juonteina. Reaaliarvoinen Morlet-wavelet (Kuva 6.), joka on muodoltaan suurempitaajuisella siniaallolla moduloitu Gaussin funktio, tuottaa tarkemman taajuusresoluution mutta aikaresoluution kustannuksella. Se soveltuukin paremmin taajuusanalyysiin. Reaaliarvoiset wavelet funktiot soveltuvat hyvin pulssitutkan heijastuspulssien havainnointiin signaalista. Seuraavissa pulssitutkan signaalien esityksissä on havainnollisuuden vuoksi tehty amplitudien siirto siten, että niiden keskiarvo on nolla. Tällöin voimme nähdä paremmin pulssien polariteetin. Wavelet muunnoksen suhteen tällä siirrolla ei ole merkitystä analyysin kannalta.



Kuva 6. (Reaaliarvoinen) Morlet-wavelet ja kompleksinen Paul-wavelet (imaginaarinen komponentti katkoviivalla).

Kuvassa 7. on tyypillinen ongelmallinen signaali kohdasta, jossa oli erittäin märkää sohjoa jään päällä. Wavelet muunnokseen on käytetty Morlet-funktiota. Kuvaan on lisätty Contour-käyrät, jotka selkeyttävät skaalogrammin lukemista eli mitkä heijastuspulssit ovat negatiivisesti ja mitkä positiivisesti polaroituneita.



Kuva 7. Signaali, ja sen wavelet muunnoksen skaalat $\{4,1\} \dots \{7,4\}$ käyttäen Morlet-wavelettiä. Contour-käyrät vasemmalla -4000 (negatiivisesti polaroituneet pulssit) ja oikealla 4000 (positiivisesti polaroituneet pulssit).

Morlet-funktioiden skaalogrammieista voidaan havainnoida taajuuskaistat eli skaalat, joissa rajapinnoista heijastuneiden pulssien maksimit sijaitsevat. Kuvassa 7. skaalat $\{5,1\}$ - $\{5,4\}$ sisältävät kaikki havaittavat pulssit myös negatiivisesti polaroituneet (kts. indeksikohta 350). Tällöin voimme käyttää pelkästään näitä taajuuskaistoja kun määritetään automaattisesti pulssien paikkaa signaalissa. Mikäli skaalogrammissa käytettäisiin Kuvan 2. wavelet funktiota (DGaussianWavelet[2]), olisivat taajuuskaistat huomattavasti

leveämmät, mutta maksimin tai minimin paikka aika-akselilla tarkentuisi alkuperäiseen signaaliin nähden. Luonnollisesti tilanteet, jossa eri heijastuspulssit limittyvät eli interferoivat, pulssin muoto ei vastaa käytettyä wavelet funktiota niin hyvin, ja mahdollisesti energiatiheys ulottuu laajemmalle kaistanleveydelle.

Kompleksiset wavelet funktiot kuten Kuvan 6. PaulWavelet[4] sisältävät sekä reaali- että imaginaariosan ja ne palauttavat muunnoksessa vastaavuudet molempien osien kanssa. Tällöin on mahdollista mm. havainnoida eri vaihtelujen mahdollisia vaihe-eroja. Tätä analyysitekniikkaa ei tarvita signaalin pulssien havainnoinnissa.

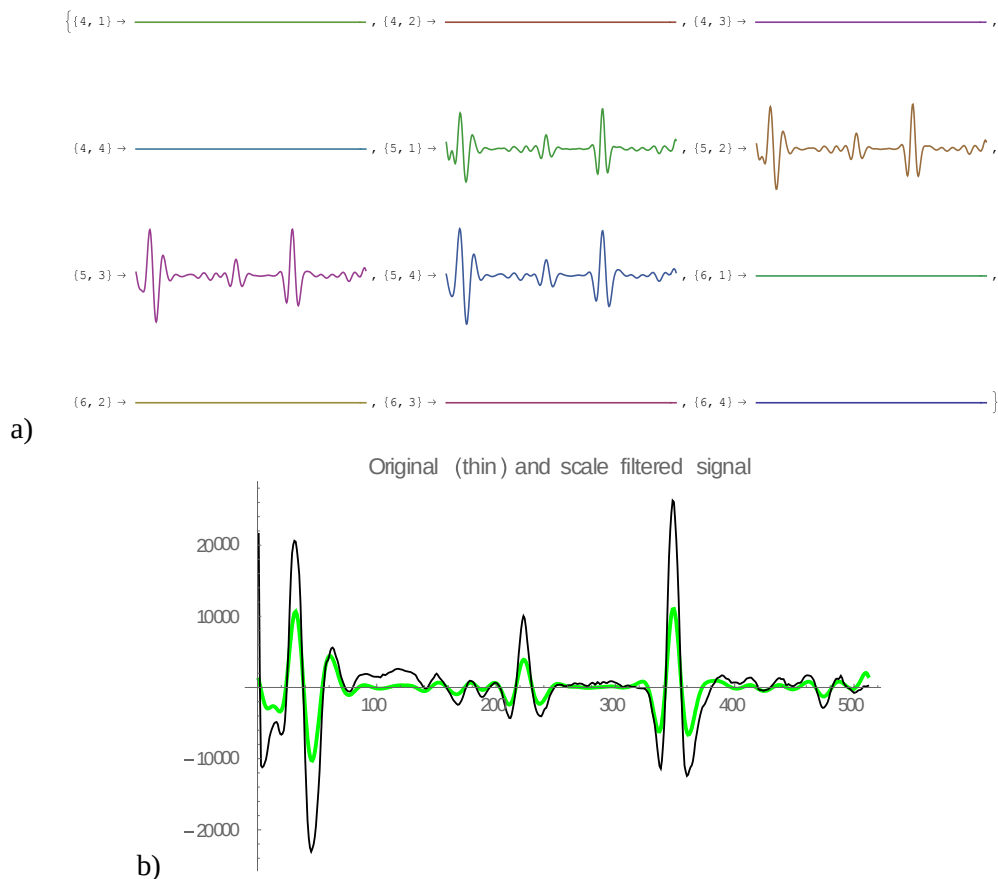
Suodattaminen wavelet tekniikalla

Wavelet tekniikan avulla alkuperäisestä datasta voidaan helposti suodattaa pois häiriötä, joka tapahtuu riittävästi eroavalla taajuudella kuten kohina, tai vaihtelua, jonka aallon muoto ei sovi hyvin wavelet funktion muodon kanssa. Edellinen suodatus on skaalaperusteinen (scale-dependent thresholding) ja jälkimmäinen perustuu wavelet kertoimien kynnysarvon määrittämiseen. Kuvassa 8. näkyy vaikutus, kun kaikki kertoimet, joiden itseisarvo on alle 8000, on nollattu ennen takaisinmuunnosta. Kynnysarvoon perustuvalla suodatuksella signaali tulee pehmeämmäksi (smoothing) ja selkeissä tapauksissa suuri osa ei-toivotuista pulsseista jopa poistuu.



Kuva 8. Alkuperäinen ja wavelet kertoimien kynnysarvolla suodatettu signaali

Kuva 9. a) näyttää osan waveletkertoimista graafisina kuvina, kun kaikki muut skaalat paitsi {5.1}-{5.4} on nollattu. Kuva 9. b) näyttää suodatuksen vaikutukset takaisinmuunnoksessa.

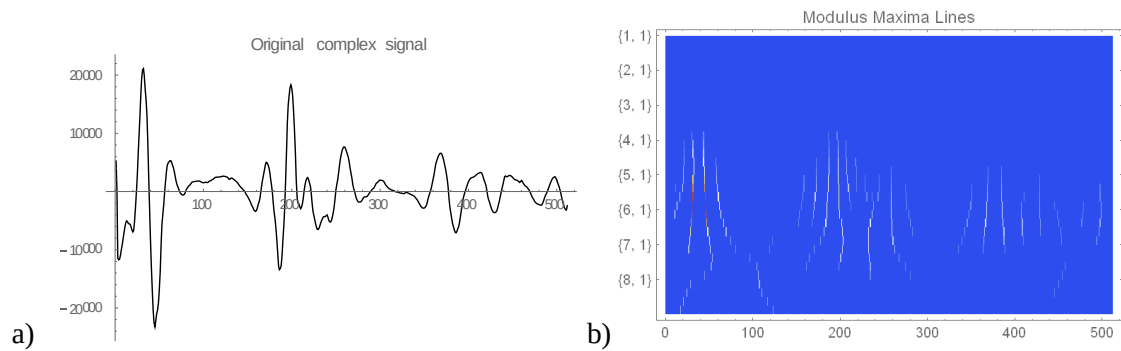


Kuva 9. a) Suodatetut wavelet kertoimet b) Alkuperäinen ja taajuussuodatettu signaali

Taajuussuodatuksessa voidaan menettää signaalin energiaa huomattavasti, jos pulssien energia jakaantuu huomattavasti laajemmalle taajuusalueelle kuin jätetyt kaistat. Tämä näkyy pulssien mataloitumisena. Tarkemmassa kuvauksessa erottuisi pienen energian omaavia pulsseja paljon. Taajuussuodatus yksinään ei riitä parantamaan pulssien erottelukykä, koska häiriökohina ei ole suuritaajuista vaan matalataajuista, jota kutsutaan soimiseksi (kuvassa esimerkiksi välillä 400-500).

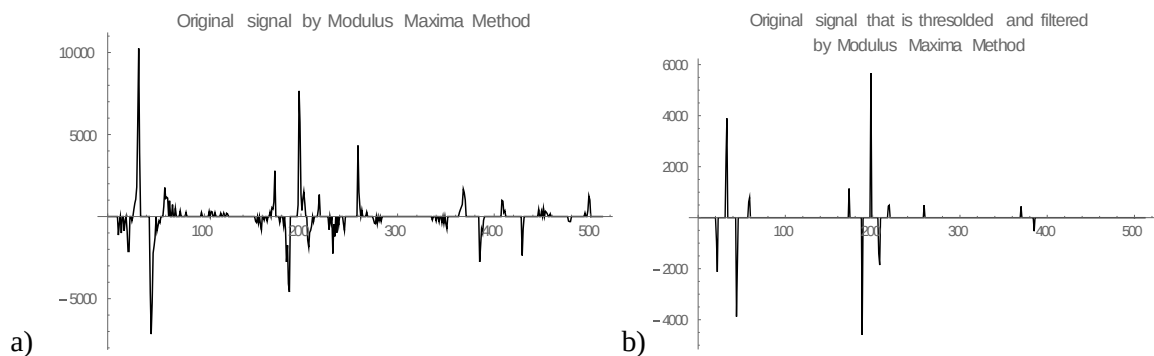
Moduloidut Maksimit

Erittäin käyttökelpoinen analyysimenetelmä saadaan wavelet muunnoksesta, kun etsitään kullakin skaalalla paikalliset maksimit ja minimi sekä nollataan kaikki muut kertoimet. Yleensä vain tietyn kynnysarvon ylittävät (tai alittavat) kertoimet jätetään muunnokseen. Kun näin modifioitua kertoimet kuvataan skaalogrammina, näkyvät eri skaalojen maksimit ja minimi eripituisina taajuustason suuntaisin juovina. Tällaisten juovien avulla on signaalista helppo paikantaa kohtia alkuperäisessä signaalissa, joissa tapahtuu äkillisiä isoja muutoksia. Niissä kohdissa maksimi- tai minimiviivat ylettyvät yhtäjaksoisesti pienimmistä skaaloista lähtien pitkälle suurempien skaalojen alueelle.



Kuva 10. a) Ongelmallinen heijastussignaali ja sen b) moduloidut maksimi-minimilinjat (Wavelet kertoimien kynnysarvo 5000)

Kuvassa 10. a) on kuvattu erittäin ongelmallinen heijastussignaali, jonka tulkinta on epävarmaa. Viereisessä kuvassa b) on esitetty tämän signaalin skaalogrammi käyttäen moduloituja maksimeja (Modulus Maxima). Kuvassa 11. a) edellisen signaalin maksimeista ja minimeistä uudelleenkonstruoitu signaali, missä wavelet kertoimien kynnysarvona on pidetty arvoa 5000. Kuvassa 11. b) on uudelleen konstruoitu signaali, jossa a) kohdan jälkeen on wavelet kertoimia suodatettu kynnysarvolla 9000, sekä lisäksi kaikki skaalat paitsi $\{4,1\}$ – $\{4,4\}$ on nollattu. Tuloksena on alkuperäinen signaali, jossa on jäljellä vain kaikkein voimakkaimmat ja eniten wavelet funktion (DGaussianWavelet[2]) muotoa muistuttavat pulssit ja niiden polariteetit.



Kuva 11. Kuvan 10. signaali a) moduloidut maksimit menetelmän jälkeen ja b) lisäksi suodatus (kynnysarvo 9000, muut skaalat paitsi $\{4,1\}$ – $\{4,4\}$ nollattu)

Moduloidut maksimit -periaate tuottaa yksinkertaisen uudelleen konstruoidun signaalin. Menetelmä mahdollistaa havainnoimaan alkuperäisestä signaalista selkeistä rajapinnoista heijastuvien pulssien paikat ja polariteetit. Automaattinen pulssien havaitsemisalgoritmi voisi perustua esimerkiksi siihen, että moduloidut maksimit -periaatteella saatuja maksimi-minimiprofiileja verrataan tunnettujen lumi- ja jäärakennetyyppien vastaaviin. Tähän tulisi määritellä jokin metriikka, joka kertoo profiilien etäisyyden toisistaan.

4. Johtopäätökset

Wavelet tekniikka antaa tehokkaat analysointityökalut minkä tahansa suureen aikatasossa tapahtuvan vaihtelun analysointiin. Kappaleessa 3.1 wavelet tekniikkaa sovellettiin maatutkan mittausaineistosta lasketun päällysteen dielektrisyysvakion vaihtelun analysointiin tarkoituksena tutkia päällysteen homogeenisuutta. Aikatasossa tapahtuvan vaihtelun voimakkuudet voidaan kuvata aika-taajuustason skaalogrammissa (Wavelet Scalogram), mikä on erittäin havainnollinen ja kompakti graafinen esitys koko mittausdatasta. Eri taajuuksien vaihtelujen voimakkuuksille eri ajankohdissa voidaan määrittää lisäksi kvantitatiivinen mitta, tilastollinen merkitsevyys, mikä puolestaan mahdollistaa eri päällysteiden homogeenisuuden vertailun.

Wavelet tekniikalla voidaan prosessoida ja analysoida suoraan myös yksittäisiä pulssitutkan signaaleja selvitetessä rakennetta rikkomatta alla olevia materian kerrostumia kuten kappaleen 3.2 esimerkissä luonnon lumi- ja jäärakenteiden tutkimuksessa. Tällöin wavelet funktiot tulisi valita mikäli mahdollista siten, että niiden muoto vastaa antennin lähettämää pulssia mahdollisimman hyvin. Valinta voi perustua myös siihen halutaanko analysointiin hyvä aikaresoluutio vai hyvä taajuusresoluutio. Wavelet muunnoksen ominaisuus on, että nämä resoluutiot suhtautuvat käänteisesti toisiinsa. Esimerkiksi Gaussin funktion 2. derivaatta antaa hyvän aikaresoluution, mutta huonon taajuusresoluution, kun taas Morlet-funktiolla asia on päinvastoin.

Prosessoinnissa wavelet tekniikan tehokkuus tulee ilmi erittäin monipuolisissa mahdollisuuksissa suodattaa pois häiriöitä tai parantaa erottelukykä rajapinnoista heijastuvien pulssien havaitsemiseksi. Erityisesti moduloitujen maksimien menetelmällä saadaan signaalista eroteltua rajatulta kaistanleveydeltä heijastuspulssit, jotka parhaiten muistuttavat antennin lähettämää pulssia. Lisäksi menetelmä tunnistaa myös pulssien polariteetit.

Tässä dokumentissa ei käsitelty Wavelet muunnoksen matemaattisia perusteita. Kuitenkin on mainittava, että wavelet muunnos tehdään aina käyttämällä FFT-algoritmia (Fast Fourier Algorithm). Signaalin käsittelyssä aikaa vievin vaihe on nimenomaan muunnoksen laskeminen. Algoritmin nopeus maksimoituu, kun datapisteiden lukumäärä on jokin kahden potenssi, mikä voidaan tarvittaessa toteuttaa lisäämällä signaaliin ylimääräisiä 0-arvoja (zero padding). Tällöin algoritmin kompleksisuus on korkeintaan luokkaa $O(N \log N)$. Esimerkiksi jo vuonna 1968 (R. Yavne) kehitetty *The split-radix FFT* algoritmi kahden potenssin datapisteille $N = 2^m$ vaatii $4N \log_2 N - 6N + 8$ liukulukuoperaatiota (lähde mm. Wikipedia), jolloin algoritmi vaatii 15 368 operaatiota $N = 512 = 2^9$ datapisteen muunnokselle. Nykyisillä tietokoneilla suoritusnopeus on minimissäänkin luokkaa GFLOPS (10^9 liukulukuoperaatiota sekunnissa). Tällöin aika wavelet muunnoksen tekemiseen vain 512 pituiselle signaalille on käytännössä merkityksetön, jos tutka on kiinnitetty tavanomaiseen moottoroituun laitteeseen ja otetaan esimerkiksi 10 pyyhkäisyä metrin matkalla. Wavelet muunnoksen käyttöä reaaliaikaisesti signaalin analysoinnissa ei ole kuitenkaan tässä hankkeessa testattu.

5. Lähteet

Kirjat tai artikkelit

- [1] Addison, P.S., 2002, The Illustrated Wavelet Transform Handbook. Taylor & Francis Group, LLC, 2002. ISBN: 0-7503-0692-0
- [2] Karjalainen A., Peisa K., 2013, Towards Ice Thickness Measurement with Ground Penetrating Radar, Proceedings of the 22nd International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions. ISBN: 978-952-60-3635-9
- [3] Torrence, C., Compo G. P., 1998, A Practical Guide to Wavelet Analysis. Bull. Amer. Meteor. Soc., Vol. 79, No. 1, January 1998.

Internet-lähteet

- [4] Peisa K., Poikajärvi J., 2012, WP5 final report - Quality Assurance of New Asphalt Pavement. Address: <http://maranord.ramk.fi/> Käytetty 30.9. 2014
- [5] Peisa K., 2012, Wavelet analysis in evaluating the homogeneity of new asphalt pavement, A supplement of WP5 final report - Quality Assurance of New Asphalt Pavement. Address: <http://maranord.ramk.fi/> Käytetty 30.9. 2014
- [6] Torrence, C., Compo, G., A Practical Guide to Wavelet Analysis. Address: <http://ion.researchsystems.com/IONScript/wavelet/> Käytetty 30.9. 2014

6. Liitteet

Wavelet tekniikan ohjelmoinnista Mathematicassa v. 10.01

Wavelet analyysin työkalut integroitiin Mathematicaan vasta vuonna 2010 julkaistuun versioon 8. Nykyisessä versiossa 10 on tarjolla kuvan 12. mukaiset funktiot.

Scaling and Wavelet Functions
WaveletPhi — scaling function ϕ ("father wavelet") for any wavelet family
WaveletPsi — wavelet function ψ ("mother wavelet") for any wavelength family
WaveletFilterCoefficients — wavelet filter coefficients

Discrete Wavelet Families
HaarWavelet — representation of the Haar wavelet
DaubechiesWavelet — Daubechies wavelet family
BattleLemarieWavelet · **BiorthogonalSplineWavelet** · **CDFWavelet** · **CoifletWavelet** · **MeyerWavelet** · **ReverseBiorthogonalSplineWavelet** · **ShannonWavelet** · **SymletWavelet**

Continuous Wavelet Families
MexicanHatWavelet — derivative of Gaussian wavelet family
GaborWavelet — Gabor wavelet family
DGaussianWavelet · **MorletWavelet** · **PaulWavelet**

Discrete Wavelet Transforms
DiscreteWaveletTransform — discrete wavelet transform (DWT)
StationaryWaveletTransform — stationary wavelet transform (SWT)
LiftingWaveletTransform — lifting wavelet transform (LWT)
DiscreteWaveletPacketTransform — discrete wavelet packet transform (DWPT)
StationaryWaveletPacketTransform — stationary wavelet packet transform (SWPT)
InverseWaveletTransform — inverse discrete wavelet transform (IDWT, ISWT, IDWPT, ISWPT, ILWT)
Padding · **WorkingPrecision** · **ArrayPad** · ...

Continuous Wavelet Transforms
ContinuousWaveletTransform — continuous wavelet transform (CWT)
InverseContinuousWaveletTransform — inverse wavelet transform (ICWT)
Padding · **WorkingPrecision** · **ArrayPad** · ...

Transform Manipulation
ContinuousWaveletData — symbolic representation of continuous wavelet decomposition
"Wavelet" · "Scales" · "Octaves" · ...
DiscreteWaveletData — symbolic representation of a discrete wavelet decomposition
"Transform" · "TreeView" · "BestBasisBlockView" · ...
LiftingFilterData — symbolic representation of wavelet lifting filters
"ForwardLiftingFunction" · "ForwardIntegerLiftingFunction" · ...
WaveletMapIndexed — apply a function to the tree of transformed data
WaveletThreshold — threshold filtering of wavelet representations
WaveletBestBasis — compute the best tree for reconstruction

Wavelet Visualization
WaveletScalogram — plot 1D wavelet scalogram
WaveletListPlot — plot 1D wavelet transforms
WaveletMatrixPlot — plot 2D wavelet transforms
WaveletImagePlot — plot image wavelet transforms

Kuva 12. Mathematican wavelet analyysin työkalut

Mathematicassa wavelet muunnos palautetaan objektina, joka sisältää wavelet kertoimien lisäksi kaiken informaation muunnoksen tyypistä, wavelet funktiosta jne. Muunnokseen riittää antaa vain signaalin data ja

wavelet funktio, jolloin datan koon perusteella lasketaan mm. skaalojen (octaves) lukumäärä sekä niiden hienorakenne.

```
In[19]:= cwd = ContinuousWaveletTransform[signal, DGAussianWavelet[2]]
```

```
Out[19]:= ContinuousWaveletData [  Octaves: 8   Voices: 4  
Data points: 512 ]
```

Objektilta voi pyytää tarvittaessa mm. seuraavat tiedot:

```
In[20]:= cwd["Properties"]
```

```
Out[20]:= {DataChannels, DataDimensions, DataMean, DataWrapper, LinearScalogramFunction, ListPlot,  
LogScalogramFunction, Octaves, Properties, SampleRate, Scales, Voices, Wavelet, WaveletIndex, WaveletScale}
```

Mathematicassa on valmiina eri muunnostyypit sekä joitakin yleisiä kertoimien manipulointimenetelmiä. (Kuvassa 12. Osio Transform Manipulation). Mutta yleensä ohjelmoija toteuttaa omat tarkoituksenmukaiset kertoimien muokkaamiset funktiolla **WaveletMapIndexed**, jonka syntaksi noudattaa alla olevia kuvauksia:

WaveletMapIndexed[*f*, *wd*]
applies the function *f* to the arrays of coefficients and indices of a **ContinuousWaveletData** or **DiscreteWaveletData** object.

WaveletMapIndexed[*f*, *dwd*, *wind*]
applies *f* to the **DiscreteWaveletData** coefficients specified by *wind*.

WaveletMapIndexed[*f*, *cwd*, *octvoc*]
applies *f* to the **ContinuousWaveletData** coefficients specified by *octvoc*.

Esimerkiksi moduloidut maksimit ja minimi saadaan wavelet kertoimiksi määrittämällä oheinen funktio, joka annetaan wavelet muunnoksen objektin lisäksi argumenttina funktiolle WaveletMapIndexed.

modulusMax[*lst*, *window*, *thres*] palauttaa modifioidun listan, jossa alkuperäisen listan kaikki muut alkiot paitsi paikalliset maksimit ja minimi indeksiväliltä *window* on korvattu 0:lla, kuitenkin niin, että korvattujen ääriarvojen itseisarvon tulee olla suurempi kuin annettu kynnyisarvo *thres*.

```
In[8]:= modulusMax[lst_, window_, thres_] := Module[{pos, reLst, vec = Table[0, {Length[lst]}], reLst = Map[Re[#] &, lst];  
pos =  
  Flatten[Position[Map[{reLst[[#1 + 1]] - reLst[[#1]]} (reLst[[#1 + 2]] - reLst[[#1 + 1]]) &, Range[window[[1]], window[[2]]],  
    _? (#1 ≤ 0 &)] + window[[1]]];  
pos = Select[pos, Abs[reLst[[#]]] > thres &];  
pos = Map[{#} &, pos];  
vec = MapAt[#+ 1 &, vec, pos];  
vec*reLst]
```

Oheinen komento toteuttaa kuvan 10. mukaiset moduloidut maksimit wavelet kertoimiksi jatkuvassa wavelet muunnoksessa *cwd*. Ensimmäinen argumentti on Mathematicassa määritelty anonyymi funktio (pure function, lambda-funktio), jonka on palautettava samanlainen listarakenne kuin argumentiksi tuleva wavelet kertoimien lista on.

```
WaveletMapIndexed[c ↦ modulusMax[c, window, threshold], cwd]
```


Mathematicalla ohjelmointi noudattaa funktionaalisen ja sääntöpohjaisen ohjelmoinnin paradigmoja, jolloin tyypillisesti käytetään paljon anonymiä funktioita funktioiden argumentteina.

Wavelet skaalojen ja Fourierin jaksonajan väliset yhteydet saadaan oheisella funktiolla kaikille Mathematican tukemille jatkuvan muunnoksen wavelet funktioille:

```
In[5]:=
fourierPeriod[cwd_] :=
Module[{wave = cwd["Wavelet"][[0]],
  waves = {MorletWavelet, GaborWavelet, DGAussianWavelet, MexicanHatWavelet, PaulWavelet}, n,
  scales = Map[N[#][2]] &, Select[cwd["Scales"], MatchQ[#, {_, 1} &]]},
If[wave != MorletWavelet, n = cwd["Wavelet"][[1]];

scales * Switch[wave, waves[[1]], N[ $\frac{2 \pi \sqrt{\text{Log}[4]}}{\pi + \sqrt{\pi^2 + \text{Log}[2]}}$ ], waves[[2]], N[ $\frac{4 \pi}{n + \sqrt{2 + n^2}}$ ], waves[[3]],  $(2 \pi) \sqrt{\frac{2}{2 n + 1}}$ ,

waves[[4]],  $\left(2 \pi \sqrt{\frac{2}{5}}\right) n$ , waves[[5]],  $\frac{4 \pi}{2 n + 1}$ ]]
```

Alla oleva funktio konstruoi Fourierin jaksonpituudet liitettäväksi objektin cwd Wavelet Scalogram – kuvaukseen option arvona.

```
In[6]:=
fPeriodTicks[cwd_] := Table[{i, fourierPeriod[cwd][[i]]}, {i, 1, cwd["Octaves"]}]
```